

基于任意三角形网格的中子扩散变分节块法

尚文¹, 庄坤^{1,2,*}, 李婷¹, 汤晓斌^{1,2}, 于东森¹

(1. 南京航空航天大学 材料科学与技术学院, 江苏 南京 211106;

2. 南京航空航天大学 空间核技术应用与辐射防护工业和信息化部重点实验室, 江苏 南京 211106)

摘要:传统的基于矩形和六角形几何的堆芯计算程序已不适用于具有复杂几何的新型反应堆堆芯计算, 本文开展了基于任意三角形网格的多群中子扩散变分节块方法研究。首先, 采用 ANSYS 软件对计算区域进行三角形网格剖分, 并利用坐标变换将任意三角形变换为正三角形; 其次, 采用 Galerkin 变分技术建立包含节块中子平衡方程的泛函, 将三角形节块内变量利用正三角形内正交基函数进行展开; 最后, 利用变分原理, 获得中子通量密度与节块边界上分中子流的响应关系, 并基于传统的源迭代法对其进行求解。基于上述理论模型开发了程序 TriVNM, 并采用不同几何基准题进行了验证。结果表明, TriVNM 计算的堆芯 k_{eff} 和归一化功率分布与参考解吻合较好, 该计算方法适用于复杂几何堆芯扩散计算。

关键词:变分节块法; 中子扩散; 任意三角形网格; ANSYS; 坐标变换

中图分类号: TL3 文献标志码: A 文章编号: 1000-6931(2021)08-1440-08

doi: 10.7538/yzk.2020.youxian.0670

Neutron Diffusion Variational Nodal Method Based on Arbitrary Triangular Mesh

SHANG Wen¹, ZHUANG Kun^{1,2,*}, LI Ting¹, TANG Xiaobin^{1,2}, YU Dongsen¹

(1. College of Material Science and Technology,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. Key Laboratory of Nuclear Technology Application and

Radiation Protection in Astronautics (Nanjing University of Aeronautics and Astronautics),

Ministry of Industry and Information Technology, Nanjing 211106, China)

Abstract: The traditional core calculation code based on rectangular and hexagonal geometry cannot be applied to the calculation of new type reactors with complex geometry, the study of multi-group neutron diffusion variational nodal method based on arbitrary triangular meshes was carried out in this paper. Firstly, ANSYS program was used to divide the calculation area into arbitrary triangular meshes, which was then

收稿日期: 2020-09-24; 修回日期: 2021-01-29

基金项目: 南京市留学人员科技创新项目(YQR19037); 中国博士后基金站前特别资助项目(2019TQ0148); 中央高校基本科研业务费项目(NS2019036); 空间核技术应用与辐射防护工业和信息化部重点实验室开放基金(NJ2020017-1); 江苏省博士后基金(YBA20016)

*通信作者: 庄坤

transformed into regular triangles by coordinate transformation method. Secondly, the Galerkin variation technique was employed to establish the functional containing the nodal neutron balance equation and the internal variables of the triangular nodal were expanded using the orthogonal basis functions of the regular triangle. Finally, the variational principle was used to obtain the response relationship between the neutron flux and the surface neutron current, and then the traditional source iteration method was carried out to solve the equations. The code named TriVNM was developed based on the above theoretical model, and verified by diffusion benchmark with different geometries. The results show that the k_{eff} and relative power distribution calculated by TriVNM agree well with the reference results, and this method can be applied to diffusion calculation for reactor core with complex geometry.

Key words: variational nodal method; neutron diffusion; arbitrary triangular mesh; ANSYS; coordinate transformation

变分节块法(VNM)无需使用横向积分技术即可将节块的体积通量矩和偏中子流矩扩展为正交基函数之和,是核反应堆堆芯中子学计算最成功的节块法之一,由西北大学和阿贡国家实验室(ANL)首次提出,用于求解多群稳态中子扩散和输运方程。20世纪90年代中期,ANL开发的VARIANT是第一个基于VNM的程序^[1],它被用于ANL(如REBUS代码)^[2]和欧洲(如ERANOS代码)^[3-5]的快堆设计。2007年,ANL又开发了名为NODAL的VARIANT程序新版本,作为UNIC软件包中的求解器之一^[6-7]。2011年,爱达荷州国家实验室(INL)的INSTANT程序也采用了变分节块法^[8]。1995年,在DIF3D代码中增加了VARIANT用以提高快堆的通量解^[9]。2014年,西安交通大学的李云召等开发了适用于三维矩形几何的反应堆堆芯计算程序VIOLET^[10],后被用于压水堆堆芯计算的Bamboo-Core代码^[11-13]的中子扩散模块。此外,VIOLET代码得到扩展以求解六角形几何的中子输运方程,被用作快堆计算代码系统NECP-SARAX的解算装置^[14]。2018年,Zhang等^[15]提出了基于矩形网格的改进变分节块法来求解三维稳态多群中子输运方程;2019年又将积分法应用于具有六角形组件的反应堆,提出了基于六角形网格的改进变分节块法^[16]。

有限元法和基于任意三角形网格的变分节块法均采用Galerkin变分技术、泛函概念和非结构网格。其不同之处在于:1)有限元法一般采用小尺寸网格划分和低阶试验函数,而变分

节块法可使用高阶(>4)多项式函数来展开任意三角形网格内的空间变量;2)有限元法计算有限元节块的展开系数,通过传递有限元节块值实现耦合,变分节点法则利用三维高阶(>4)多项式函数直接展开任意三角形网格内的空间变量,通过扫描并利用节块网格界面上净中子流和中子通量的连续条件实现耦合;3)对于变分节块法,可直接由节块内中子通量的展开系数计算节块的精细功率分布,而有限元法则需根据有限元节块的展开系数进一步计算。

目前大多数变分节块法基于六角形或矩形结构几何网格,然而随着核能与核技术的发展,新概念堆型被不断提出,这些新型反应堆的一个重要特点是其组件设计和堆芯布置不再采用单一常规的几何形状和堆芯结构,因此基于矩形和六角形几何的变分节块方法不能准确计算新型反应堆堆芯中子学。考虑到三角形网格对曲线或多角形边界有很好的拟合性,理论上可用来逼近任意几何形状。另外,采用三角形网格进行计算时,可进行局部的网格加密,从而提高计算结果的准确性和可靠性。因此,本文拟研究基于任意三角形网格的多群中子扩散变分节块法。首先,对计算区域进行三角形网格剖分,将任意三角形变换为正三角形;其次,建立泛函并利用正三角形内正交基函数展开节块内参量;再次,利用变分原理获得中子通量密度与节块边界上分中子流的响应关系;最后,基于传统源迭代法对其进行求解。基于上述理论模型开发程序TriVNM,并采用基准题验证程序

TriVNM 的可靠性与精确性,以及对具有复杂几何组件堆芯的适用性。

1 理论模型

首先,从多群中子扩散方程出发,有:

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \Phi_g(\mathbf{r}) + \Sigma_{t,g} \Phi_g(\mathbf{r}) = \Sigma_{s,g} \Phi_g(\mathbf{r}) + S_g \quad (1)$$

其中: g 为能群编号; $\Phi_g(\mathbf{r})$ 为中子标通量密度, $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$; D_g 为中子扩散系数, cm ; $\Sigma_{t,g}$ 为中子宏观总截面, cm^{-1} ; $\Sigma_{s,g}$ 为群内宏观散射截面, cm^{-1} ; S_g 为中子源项, $\text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$, 包括散射源项和裂变源项。

$$S_g = \sum_{g' \neq g} \Sigma_{sg'}^s \Phi_{g'}(\mathbf{r}) + \sum_{g'} \frac{\chi_{g'}^g}{k} \nu \Sigma_{t,g'} \Phi_{g'}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

其中, g' 为能群编号。

其次,利用 Galerkin 变分技术,对中子扩散方程在整个求解域上建立一个包含三角形节块中子平衡方程的泛函 F :

$$F[\Phi, \chi] = \sum_v F_v[\Phi, \chi] \quad (3)$$

其中,节块 v 的贡献为:

$$F_v[\Phi, \chi] = \int_v dV (D(\nabla\Phi)^2 + (\Sigma_t - \Sigma_s)\Phi^2 - 2\Phi S) + 2 \int_\gamma \Phi \chi_\gamma d\Gamma \quad (4)$$

$$\chi_\gamma = \mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_\gamma \quad (5)$$

$$\mathbf{J} = -D \nabla \Phi \quad (6)$$

其中: \mathbf{n}_γ 为边界 γ 的外法线方向向量; χ_γ 为节块边界上沿外法线方向的净中子流密度。

再次,采用坐标变换将 ANSYS 软件对计

算区域剖分的任意三角形节块变换为成正三角形节块,如图 1 所示。

任意三角形和正三角形的坐标转换关系为:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ F_{21}^k & F_{22}^k & F_{23}^k \\ F_{31}^k & F_{32}^k & F_{33}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x' \\ y' \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中: $F_{21}^k = \frac{1}{3}(x_k + x_n + x_p)$, $F_{22}^k = -x_k + \frac{1}{2}(x_n + x_p)$, $F_{23}^k = \frac{\sqrt{3}}{2}(-x_n + x_p)$; $F_{31}^k = \frac{1}{3}(y_k + y_n + y_p)$, $F_{32}^k = -y_k + \frac{1}{2}(y_n + y_p)$, $F_{33}^k = \frac{\sqrt{3}}{2}(-y_n + y_p)$; (x, y) 为原坐标值; (x', y') 为转换后的坐标值。

坐标变换后进行基函数的构造。线性无关的函数 $\{1, x, y, z, x^2, xy, xz, y^2, \dots\}$ 构成函数向量 $\mathbf{g}(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = [1, x, y, z, x^2, \dots]^T \quad (8)$$

显然,该函数系在积分区域内不是正交归一的。而正定对称矩阵 \mathbf{G} 一定与单位矩阵相似,即存在满秩矩阵 \mathbf{Q} 并满足下式:

$$\mathbf{G} = \int_v d\mathbf{r} \mathbf{g} \mathbf{g}^T \quad (9)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{G} \mathbf{Q}^T = \mathbf{I} \quad (10)$$

令 $\mathbf{f} = \mathbf{Q} \mathbf{g}$, 满秩矩阵 \mathbf{Q} 保证 $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ 和 \mathbf{G} 两组基函数所张成的函数空间相同,即:

$$\text{span}\{f_1, f_2, \dots\} = \text{span}\{g_1, g_2, \dots\} \quad (11)$$

$$\int_v d\mathbf{r} \mathbf{f}(\mathbf{r}) \mathbf{f}^T(\mathbf{r}) = \mathbf{I} \quad (12)$$

矩阵 \mathbf{Q} 可用 Gram-Schmidt 算法求解。通过上述坐标变换,即可构造出正交归一的基函数。

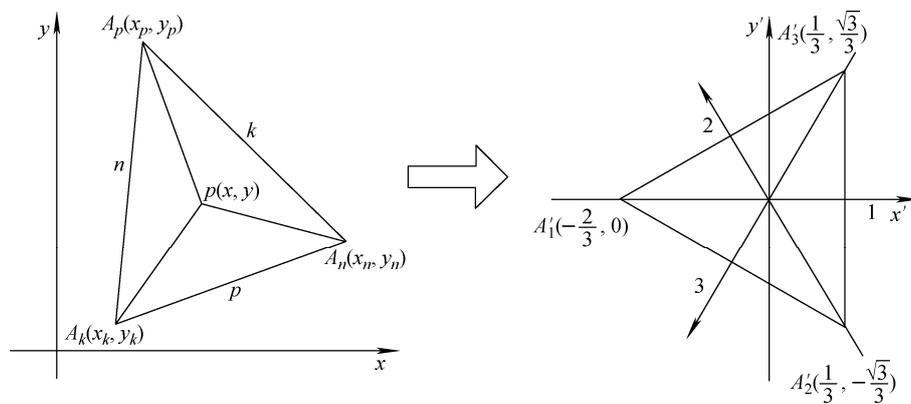


图 1 任意三角形坐标变换示意图

Fig. 1 Arbitrary triangular coordinate transformation

将式(4)中节块内中子标通量密度 $\Phi_g(\mathbf{r})$ 、中子源项 S_g 和节块边界上的净中子流密度 χ_γ 分别按照正三角形的基函数展开,其中,空间基函数 f_i 和 $h_{k\gamma}$ 为完全的正交多项式。

$$\begin{cases} \Phi(\mathbf{r}) = \sum_i \varphi_i f_i(\mathbf{r}) \\ \chi_\gamma(\mathbf{r}) = \sum_k \chi_{k\gamma} h_{k\gamma}(\mathbf{r}) \\ S(\mathbf{r}) = \sum_i s_i f_i(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \int_v f_i(\mathbf{r}) \cdot f_j(\mathbf{r}) dV = \delta_{ij} \\ \int_\gamma h_{i\gamma}(\mathbf{r}) \cdot h_{j\gamma}(\mathbf{r}) d\Gamma = \delta_{ij} \end{cases} \quad (14)$$

于是,中子标通量密度和源项的展开式系数之间满足以下关系式:

$$s_{i,g} = \sum_{g' \neq g} \sum_{gg'} \varphi_{i,g'} + \sum_{g'} \frac{\chi_{g'}^g}{k} \nu \Sigma_{f,g'} \varphi_{i,g'} \quad (15)$$

将式(13)代入式(4),得到:

$$F_v[\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\chi}] = \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\varphi} - 2\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{s} + 2\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\chi} \quad (16)$$

其中: $\boldsymbol{\varphi}$ 、 \mathbf{s} 、 $\boldsymbol{\chi}$ 为中子通量密度、中子源 S_g 和净中子流密度 χ_γ 的展开系数组成的向量。矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{M} 的计算公式为:

$$A_{ij} = (3\Sigma_{tr})^{-1} P_{ij} + \delta_{ij} V_v \Sigma_r \quad (17)$$

$$P_{ij} = \int \nabla f_i(\mathbf{r}) \cdot \nabla f_j(\mathbf{r}) dV \quad (18)$$

$$\mathbf{M} = [\mathbf{M}_1 \quad \mathbf{M}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{M}_\gamma \quad \cdots] \quad (19)$$

$$M_{ik\gamma} = \int_\gamma f_i(\mathbf{r}) h_{k\gamma}(\mathbf{r}) d\Gamma \quad (20)$$

分别令关于 $\boldsymbol{\varphi}^T$ 和 $\boldsymbol{\chi}_\gamma$ 的一阶变分形式为 0, 可得:

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{s} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M} \boldsymbol{\chi} \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_\gamma = \mathbf{M}_\gamma^T \boldsymbol{\varphi} \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{M}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{s} - \mathbf{M}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M} \boldsymbol{\chi} \quad (23)$$

为将响应矩阵表达成通用形式,定义边界上的分中子流密度为:

$$j^\pm = \frac{1}{4} \boldsymbol{\Psi} \pm \frac{1}{2} \boldsymbol{\chi} \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = 2(j^+ + j^-) \quad (25)$$

$$\boldsymbol{\chi} = j^+ - j^- \quad (26)$$

将式(25)、(26)代入式(24),得到离散后的中子扩散方程:

$$j^+ = \mathbf{B} \mathbf{s} + \mathbf{R} j^- \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{C}(j^+ - j^-) \quad (28)$$

式中: j^+ 和 j^- 分别为节块边界上的出射流中子密度矩向量和入射流中子密度矩向量; \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 、

\mathbf{H} 和 \mathbf{R} 为响应矩阵。

最后,根据上述推导,得到变分节块法中的节块响应关系:

$$s_g = \sum_{g' \neq g} \sum_{gg'} \varphi_{g'} + \sum_{g'} \frac{\chi_{g'}^g}{k} \nu \Sigma_{f,g'} \varphi_{g'} \quad (29)$$

$$(\mathbf{I}_j - \mathbf{R}_g \boldsymbol{\Pi}) \mathbf{j}_g = \mathbf{B}_g \mathbf{s}_g \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_g = \mathbf{H}_g \mathbf{s}_g - \mathbf{C}_g (\mathbf{I}_j - \boldsymbol{\Pi}) \mathbf{j}_g \quad (31)$$

式中: \mathbf{j}_g 为节块的出射中子流密度向量(省去了上标“+”), $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$; \mathbf{B}_g 、 \mathbf{C}_g 、 \mathbf{H}_g 和 \mathbf{R}_g 为由几何与材料共同决定的响应矩阵; \mathbf{I}_j 为大小与分中子流密度向量相对应的单位矩阵; $\boldsymbol{\Pi}$ 为节块分中子流密度之间的联系矩阵,包含了内部边界上相邻节块间的互为出入射关系和外边界上的边界条件。

将式(29)代入式(30)、(31),可得:

$$\begin{aligned} (\mathbf{I}_j - \mathbf{R}_g \boldsymbol{\Pi}) \mathbf{j}_g - \mathbf{B}_g \sum_{g' \neq g} \sum_{gg'} \varphi_{g'} = \\ \mathbf{B}_g \frac{1}{k} \sum_{g'} \chi_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \varphi_{g'} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_g - \mathbf{H}_g \sum_{g' \neq g} \sum_{gg'} \varphi_{g'} + \mathbf{C}_g (\mathbf{I}_j - \boldsymbol{\Pi}) \mathbf{j}_g = \\ \mathbf{H}_g \frac{1}{k} \sum_{g'} \chi_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \varphi_{g'} \end{aligned} \quad (33)$$

将所有能群合并,可得到算子形式的变分节块法:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_j - \mathbf{R} \boldsymbol{\Pi} & \mathbf{B} \Sigma^s \\ \mathbf{C} (\mathbf{I}_j - \boldsymbol{\Pi}) & \mathbf{I}_\varphi - \mathbf{H} \Sigma^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{j} \\ \boldsymbol{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{f} \quad (34)$$

$$\mathbf{f} = \frac{1}{k} \mathbf{F} \boldsymbol{\varphi} \quad (35)$$

$$\mathbf{F}_{gg'} = \chi_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \quad (36)$$

所有三角形节块通过中子流相互耦合,然后利用传统的源迭代法对其进行求解。含特征值的裂变源问题采用幂法迭代求解,称为裂变源迭代。在每次裂变源迭代中,需在已知裂变源 f 的情况下,进行多群迭代。

2 数值结果

通过以上理论模型,本文基于 FORTRAN90 语言开发了基于任意三角形网格的变分节块法中子扩散计算程序 TriVNM。分别采用 2D/3D-IAEA、2D/3D-LRA、2D/3D-VVER440、2D/3D-VVER1000、不规则几何基准题验证程序 TriVNM 正确性。本文只选择矩形几何组件

的2D-IAEA、六角形几何组件不带反射层的3D-VVER1000和非结构几何组件这3个具有代表性的基准题进行说明。以下所有计算均基于Intel(R) Core(TM) i7-7700 CPU@3.60 GHz。

2.1 2D-IAEA 基准题

2D-IAEA 基准问题^[17]是一个简化的两群PWR 基准问题,堆芯共有177盒燃料组件,组件的几何尺寸为20 cm×20 cm,堆芯1/8对称分布,堆芯布置和网格剖分如图2所示。堆芯按双区布料方案布置,径向有20 cm厚的水反射层,堆芯外边界条件为真空边界(即入射中子流密度为0),所有组件均采用等效均匀化的参数。由于此基准问题堆芯布置了控制棒,而且在堆芯和反射层交界面上,热中子通量梯度很大,因此广泛用于校核双群中子扩散方程的数值计算模型及其计算精度。

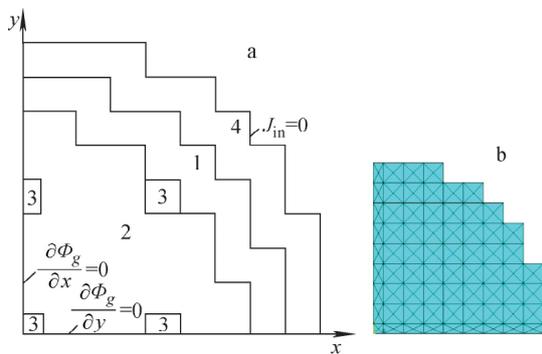


图2 2D-IAEA 基准题 1/4 堆芯布置示意图(a)和网格剖分示意图(b)

Fig. 2 Configuration of 2D-IAEA benchmark (a) and its meshing by ANSYS code (b)

TriVNM 计算的有效增殖因数 k_{eff} 为 1.029 560 7,2D-IAEA 基准题给出的 k_{eff} 参考值为 1.029 585。可看出,与参考值相比,有效增殖因数的计算偏差仅为 2.360 pcm。图3为用程序 TriVNM 计算的归一化功率分布及与参考值的比较,可看出,归一化功率的最大偏差出现在堆芯最内圈的组件上,约为 0.20%。表1为 TriVNM 计算结果与其他程序计算结果的比较,可看出,TriVNM 计算结果符合参考解且较其他程序的偏差小。

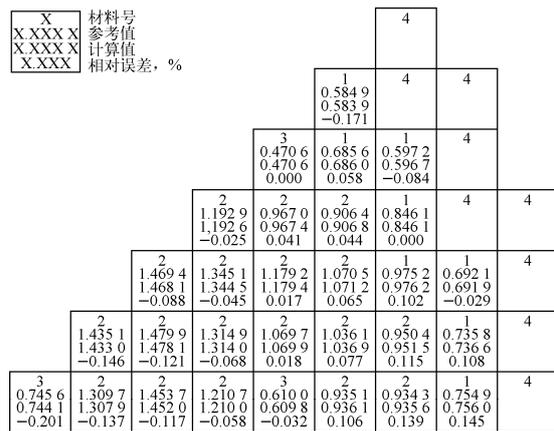


图3 归一化功率分布计算结果及与参考解的对比
Fig. 3 Calculation result of normalized power distribution and comparison with reference result

2.2 3D-VVER1000 基准题

3D-VVER1000 基准题是不带反射层的2D-VVER1000 基准问题^[17]的扩展,径向上有8圈燃料组件,全堆芯共有25根控制棒,堆芯布

表1 2D-IAEA 基准题在不同程序下的计算结果

Table 1 Calculation results of 2D-IAEA benchmark problem with different programs

| 程序 | k_{eff} | $\Delta k_{eff}/pcm$ | $E_{max}/\%$ | 计算时间/s |
|----------|-----------|----------------------|--------------|--------|
| QUANDRY | 1.029 62 | 3.399 | 0.94 | — |
| MEND | 1.029 61 | 3.998 | 0.88 | — |
| NODAN | 1.029 66 | 7.283 | 0.90 | — |
| TRAC/NEM | 1.029 50 | -8.264 | 2.05 | — |
| NLNEM | 1.029 57 | 1.459 | 1.80 | — |
| NGFM | 1.029 60 | 1.071 | 0.72 | — |
| NLSANM | 1.029 62 | 3.823 | 0.59 | — |
| TriVNM | 1.029 585 | -2.360 | -0.201 | 13.688 |

注: E_{max} 为节块归一化功率的最大相对误差

置呈 1/6 旋转对称,组件的对边距为 23.6 cm。堆芯轴向高度为 200 cm,25 根控制棒中的 6 根提到堆芯中部。堆芯的径向向外边界反射率为 0.125,轴向反射率为 0.15。TriVNM 计算时,径向上将每个六角形节块划分为 8 个三角形,轴向上每 10 cm 划分为 1 层,参考解仍是由细网差分程序 DIF3D-FD 在径向上将每个六角形组件划分为 384 和 486 个三角形、轴向上每 5.0 cm 为 1 层的计算结果外推得到。

3D-VVER1000 全堆芯计算耗时 446.81 s, TriVNM 计算的 k_{eff} 为 1.011 240 9,3D-VVER1000 基准题给出的 k_{eff} 参考值为 1.011 350,与参考值相比,有效增殖因数的计算偏差仅为 -10.788 pcm。图 4 为 1/6 堆芯示意图及 TriVNM 计算的归一化功率分布及与参考值的比较,归一化功率的最大相对偏差出现在最外圈组件上,约为 0.344%。为验证程序的计算精度,对同类程序的计算结果进行对比,结果列于表 2。可看出,与其他程序相比,程序 TriVNM 计算结果与参考解的偏差较小。

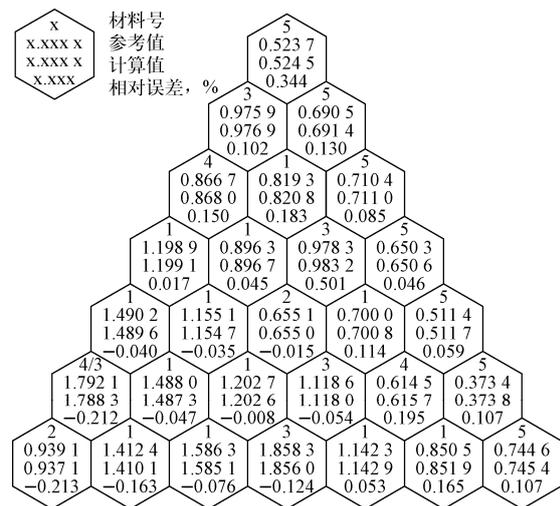


图 4 归一化功率分布计算结果及与参考解的对比
Fig. 4 Calculation result of normalized power distribution and comparison with reference result

2.3 带无限大反射层的两区堆芯例题

为检验程序在不规则非结构几何下的计算准确性,选择文献[18]中的例题 3 进行计算。非结构几何组件堆芯布置如图 5 所示,两区堆芯位于无限大的水池中。堆芯分 I、II 两区排

布,堆芯外围为反射层(即水池),取其半径为 45 cm 来代替无限大反射层。

表 2 3D-VVER1000 基准题
在不同程序下的计算结果

Table 2 Calculation results of 3D-VVER-1000 benchmark problem with different programs

| 程序 | $\Delta k_{eff}/pcm$ | $E_{max}/\%$ | $E_{avg}/\%$ | 计算时间/s |
|---------|----------------------|--------------|--------------|--------|
| AFEN | 11 | 1.70 | 0.81 | — |
| ANC-H | 13 | 0.90 | — | — |
| GTDIF-H | 63 | 3.09 | — | — |
| NLSANM | 15 | 1.57 | 0.62 | — |
| TriVNM | -10.788 | 0.344 | 0.051 | 446.81 |

注: E_{avg} 为节块归一化功率平均相对误差

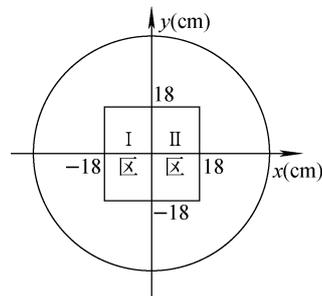


图 5 非结构几何组件堆芯布置

Fig. 5 Layout of irregular geometric assembly problem

基于三角形网格的程序 TriVNM 对复杂几何形状具有良好的适用性,因为三角形网格组合理论上可逼近任意几何形状。图 6 为

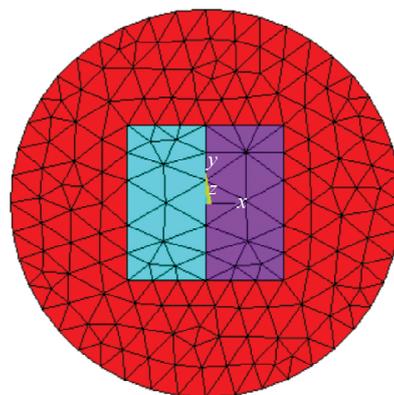


图 6 非结构几何组件基准问题的网格剖分示意图

Fig. 6 Mesh used in irregular geometric assembly benchmark problem

网格剖分示意图,由 TriVNM 计算的归一化功率和 k_{eff} 以及其他程序的计算结果列于表 3,其中 FEM2D 和 ABFEM-T 均基于有限元方法。相比之下,由 TriVNM 计算的 k_{eff} 偏

差为 20.1 pcm,且由 TriVNM 计算的 k_{eff} 和归一化功率均与其他程序较为吻合。验证了基于任意三角形网格的程序 TriVNM 适用于复杂几何堆芯。

表 3 不规则几何组件基准题计算结果

Table 3 Calculation result of irregular geometric assembly benchmark

| 程序 | k_{eff} | $\Delta k_{\text{eff}}/\text{pcm}$ | I 区功率 | II 区功率 | 计算时间/s |
|---------|------------------|------------------------------------|----------|----------|--------|
| FEM2D | 0.944 65 | 82.6 | 0.800 79 | 1.199 21 | — |
| ABFEM-T | 0.943 71 | -17.0 | 0.801 69 | 1.198 31 | — |
| TriVNM | 0.944 06 | 20.1 | 0.801 37 | 1.198 63 | 2.250 |

注: k_{eff} 参考值为 0.943 87

3 结论

随着新概念堆型的不断提出,其组件设计和堆芯布置不再采用常规的几何形状,传统的基于常规几何的堆芯计算程序已不适用于具有复杂几何的新型反应堆堆芯计算,因此,本文开展了基于任意三角形网格的多群中子扩散数值计算方法研究。首先采用 ANSYS 软件对计算区域进行三角形网格剖分,利用坐标变换将任意三角形转换为正三角形;其次采用 Galerkin 变分技术建立包含节块中子平衡方程的泛函,将参量利用正三角形内正交基函数进行展开;最后利用变分原理,获得中子通量密度与节块边界上分中子流的相应关系,并基于源迭代法对其进行求解。基于上述理论模型开发了基于任意三角形网格的变分节块法中子扩散计算程序 TriVNM,并采用基准题进行了验证。结果表明, TriVNM 具有较高的计算精度,并对复杂几何的新型反应堆具有适用性。

参考文献:

- [1] PALMIOTTI G, LEWIS E E, CARRICO C. VARIANT: VARIational anisotropic nodal transport for multidimensional Cartesian and hexadgonal geometry calculation[R]. USA: Argonne National Laboratory Argonne, 1995.
- [2] TOPPEL B. The fuel cycle analysis capability REBUS-3, Argonne-83-2 [R]. USA: Argonne National Laboratory, 1983.
- [3] DORIATH J, RUGGIERI J, BUZZI G, et al. Reactor analysis using a variational nodal method implemented in the ERANOS system[C]// Proc

Topl Mtg Advances in Reactor Physics. [S. l.]: [s. n.], 1994: 11-15.

- [4] ALLEN K, KNIGHT T, BAYS S. Benchmark of advanced burner test reactor model using MCNPX 2.6.0 and ERANOS 2.1[J]. Progress in Nuclear Energy, 2011, 53(6): 633-644.
- [5] TALAMO A, GOHAR Y, ALIBERTI G, et al. MCNPX, MONK, and ERANOS analyses of the YALINA booster subcritical assembly[J]. Nuclear Engineering and Design, 2011, 241(5): 1606-1615.
- [6] PALMIOTTI G, SMITH M, RABITI C, et al. UNIC: Ultimate neutronic investigation code [C]// Joint International Topical Meeting on Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications. Monterey, California: [s. n.], 2007.
- [7] LI Y. Advanced reactor core neutronics computational algorithms based on the variational nodal and nodal SP3 methods[R]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2013.
- [8] WANG Y Q, RABITI C, PALMIOTTI G. Krylov solvers preconditioned with the low-order red-black algorithm for the PN hybrid FEM for the INSTANT code[R]. [S. l.]: [s. n.], 2011.
- [9] SMITH M, LEWIS E, SHEMON E. DIF3D-VARIANT 11.0: A decade of updates[R]. USA: Argonne National Laboratory Argonne, 2014.
- [10] WANG Y, WU H, LI Y. Comparison of two three-dimensional heterogeneous variational nodal methods for PWR control rod cusping effect and pin-by-pin calculation[J]. Progress in Nuclear

- Energy, 2017, 101: 370-380.
- [11] WANG Y, WU H, LI Y. Three-dimensional heterogeneous variational nodal method for PWR pin-by-pin calculation and control rod cusping effect [C] // Physics of Reactor (PHYSOR). USA: American Nuclear Society, 2016.
- [12] LI Y, WANG Y, LIANG B, et al. Partitioned-matrix acceleration to the fission-source iteration of the variational nodal method [J]. Progress in Nuclear Energy, 2015, 85: 640-647.
- [13] LIANG B, WU H, LI Y. Adaptive expansion order for diffusion variational nodal method [J]. Annals of Nuclear Energy, 2018, 117: 114-130.
- [14] DU X, CAO L, ZHENG Y, et al. Developments of the sodium fast reactor analysis code SARAX: Methods and verification [C] // Proc Int Conf Mathematics & Computational Methods Applied to Nuclear Science and Engineering. [S. l.]: [s. n.], 2017: 16-20.
- [15] ZHANG T, WU H, CAO L, et al. An improved variational nodal method for the solution of the three-dimensional steady-state multi-group neutron transport equation [J]. Nuclear Engineering and Design, 2018, 337: 419-427.
- [16] ZHANG T. Variational nodal approaches to neutron transport problems [R]. Japan: Kyushu University, 2019.
- [17] 王昆鹏. 基于任意三棱柱节块的中子扩散方程解析基函数展开方法与动力学应用研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2013.
- [18] ITAGAKI M. Boundary element methods applied to two-dimensional neutron diffusion problems [J]. J Nucl Sci Technol, 1985, 22(6): 565-583.